

Здравка Паскалева, Мая Алашка, Райна Алашка

# МАТЕМАТИКА

# 7.

# КЛАС

## Част 1

АрхИ(М)εΔ



Внимание! В учебника не се пише, чертае или озражга!

## Означения, използвани в учебника:

	Знания, които трябва да се запомнят
	Определение
	Теорема
	Правило
	Аксиома
	Обърнете внимание! – пояснения към решението на задачите
	Интересни допълнения към учебния материал

**1, 2, ...** Задачи с повишена трудност

**ЗАДАЧА 4** Решена задача с повишена трудност

Рецензенти: проф. д.п.н. Сава Гроздев

доц. д-р Драго Михалев

Консултант по графичния дизайн: проф. Илия Иванов Илиев

- © Здравка Крумова Паскалева, Мая Събчева Алашка, д-р Райна Милкова Алашка – автори, 2024 г.
- © Ангелина Владиславова Аврамова – графичен дизайн, 2024 г.
- © Ангелина Владиславова Аврамова – илюстрации, 2024 г.
- © Емил Генков Христов – художник на корицата, 2024 г.
- © Издателство „Архимед 2“ ЕООД, 2024 г.

ISBN: 978-954-779-334-7

# СЪДЪРЖАНИЕ

## ВХОДНО НИВО

1. Примерен тест с решения ..... 6
2. Входно ниво. Тест № 1 и Тест № 2 ..... 11

## ТЕМА 1. ЦЕЛИ ИЗРАЗИ

3. Рационален израз. Променливи и постоянни величини..... 14
4. Числена стойност на израз..... 16
5. Едночлен. Нормален вид на едночлен ..... 18
6. Събиране и изваждане на едночлени. Подобни едночлени ..... 20
7. Събиране и изваждане на едночлени. Подобни едночлени. Упражнение ..... 22
8. Умножение и степенуване на едночлени ..... 24
9. Многочлен. Нормален вид на многочлен ..... 26
10. Събиране и изваждане на многочлени..... 28
11. Умножение на многочлен с едночлен ..... 30
12. Умножение на многочлен с многочлен..... 32
13. Умножение на многочлен с многочлен. Упражнение..... 34
14. Тъждествени изрази..... 36
15. Тъждествата  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$  ..... 38
16. Тъждествата  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ . Упражнение..... 40
17. Тъждествата  $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$  ..... 42
18. Тъждеството  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$  ..... 44
19. Формули за съкратено умножение. Упражнение..... 46
20. Тъждествата  $(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$  ..... 48
21. Формули за съкратено умножение. Приложение ..... 50
22. Разлагане на многочлени на множители чрез изнасяне на общ множител ..... 52
23. Разлагане чрез формулите за съкратено умножение ..... 54
24. Разлагане чрез формулите за съкратено умножение. Упражнение ..... 56

25. Разлагане чрез групиране..... 58
26. Разлагане чрез комбинирано използване на различни методи ..... 60
27. Разлагане чрез комбинирано използване на различни методи. Упражнение ..... 62
28. Тъждествено преобразуване на изрази. Приложения..... 64
- 29., 30. Обобщение на темата „Цели изрази“ ..... 66
- 31., 32. Общи задачи върху темата „Цели изрази“ ..... 68
33. Тестове върху темата „Цели изрази“ ..... 69

## ТЕМА 2. УРАВНЕНИЯ

34. Уравнение с едно неизвестно. Преговор с допълнение..... 72
35. Еквивалентни уравнения..... 74
36. Линейни уравнения ..... 76
37. Линейни уравнения. Упражнение ..... 78
38. Уравнението  $(ax + b)(cx + d) = 0$  ..... 80
39. Уравнението  $|ax + b| = c$ ..... 82
40. Уравнения, свеждащи се до линейни..... 84
41. Моделиране с линейни уравнения ..... 86
42. Моделиране с линейни уравнения. Упражнение..... 88
43. Задачи от движение..... 90
44. Задачи от движение. Упражнение..... 92
45. Задачи от работа ..... 94
46. Задачи от работа. Упражнение ..... 96
47. Задачи от проста лихва ..... 98
48. Задачи от капитал..... 100
49. Задачи от смеси и сплави..... 102
50. Обобщение на темата „Уравнения“ ..... 104
- 51., 52. Общи задачи върху темата „Уравнения“ ..... 106
53. Тестове върху темата „Уравнения“ ..... 107

### ТЕМА 3. ОСНОВНИ ГЕОМЕТРИЧНИ ФИГУРИ

54. Въведение в геометрията. Основни геометрични фигури .....	110	62. Свойства на успоредните прави.....	126
55. Основни геометрични фигури и построения.....	112	63. Триъгълник.....	128
56. Видове ъгли. Съседни ъгли.....	114	64. Сбор от ъглите в триъгълник .....	130
57. Противоположни ъгли. Перпендикулярни прави .....	116	65. Външен ъгъл на триъгълник.....	132
58. Построения с линия и пергел .....	118	66. Триъгълник. Упражнение.....	134
59. ъгли, получени при пресичането на две прави с трета.....	120	67. Обобщение на темата „Основни геометрични фигури“ .....	136
60. Признаци за успоредност на две прави.....	122	68., 69. Общи задачи върху темата „Основни геометрични фигури“ .....	137
61. Аксиома за успоредните прави .....	124	70. Тестове върху темата „Основни геометрични фигури“ .....	138
		ОТГОВОРИ.....	140

## УМНОЖЕНИЕ НА МНОГОЧЛЕН С МНОГОЧЛЕН

### Умножение на двучлени

$$(a + b) \cdot (c + d) = ?$$

Ако означим с  $u$  двучлена  $c + d$ , т.е.  $u = c + d$ , и приложим правилото за умножение на едночлен с многочлен, получаваме

$$\begin{aligned} (a + b) \underbrace{(c + d)}_u &= \\ &= (a + b)u = au + bu = \\ &= a(c + d) + b(c + d) = \\ &= ac + ad + bc + bd. \end{aligned}$$



### Правило за умножение на двучлен с двучлен

Двучлени умножаваме, като всеки член на единия двучлен умножим с всеки член на другия двучлен и съберем получените едночлени.

$$\begin{aligned} (a + b)(c + d) &= \\ &= ac + ad + bc + bd \end{aligned}$$

**ЗАДАЧА 1** Извършете умножението:

а)  $(x + 4)(x + 1)$ ;

б)  $(x - 2)(x + 3)$ ;

в)  $(2x - 3)(x - 4)$ .

**Решение:**

а)  $(x + 4)(x + 1) =$

$$= x(x + 1) + 4(x + 1) =$$

$$= x^2 + x + 4x + 4 =$$

$$= x^2 + 5x + 4$$

б)  $(x - 2)(x + 3) =$

$$= x(x + 3) - 2(x + 3) =$$

$$= x^2 + 3x - 2x - 6 =$$

$$= x^2 + x - 6$$

в)  $(2x - 3)(x - 4) =$

$$= 2x(x - 4) - 3(x - 4) =$$

$$= 2x^2 - 8x - 3x + 12 =$$

$$= 2x^2 - 11x + 12$$

**ЗАДАЧА 2** Извършете умножението:

а)  $(x^2 + 3)(2x - 3)$ ;

б)  $(3x^3 - 2)(x^3 + 1)$ ;

в)  $(2x - 3y)(x - y)$ .

**Решение:**

а)  $(x^2 + 3)(2x - 3) =$

$$= x^2(2x - 3) + 3(2x - 3) =$$

$$= 2x^3 - 3x^2 + 6x - 9$$

б)  $(3x^3 - 2)(x^3 + 1) =$

$$= 3x^3(x^3 + 1) - 2(x^3 + 1) =$$

$$= 3x^6 + 3x^3 - 2x^3 - 2 =$$

$$= 3x^6 + x^3 - 2$$

в)  $(2x - 3y)(x - y) =$

$$= 2x(x - y) - 3y(x - y) =$$

$$= 2x^2 - 2xy - 3xy + 3y^2 =$$

$$= 2x^2 - 5xy + 3y^2$$



В решението на Задачи 1 и 2 оцветеният ред е помощен, за да ни предпазва от грешки, но може и да не се пише.

### Умножение на многочлени

$$(a + b)(m + n + p) = ?$$

Правилото за умножение на двучлени е в сила и при умножение на многочлени с повече членове.

$$\begin{aligned} (a + b) \underbrace{(m + n + p)}_u &= \\ &= (a + b)u = au + bu = \\ &= a(m + n + p) + b(m + n + p) = \\ &= am + an + ap + bm + bn + bp \end{aligned}$$

**П**

**Правило за умножение на многочлен с многочлен**

Многочлени умножаваме, като всеки член на единия многочлен умножим с всеки член на другия многочлен и съберем получените едночлени.

$$(a + b)(m + n + p) = am + an + ap + bm + bn + bp$$

При умножаване на многочлени полученото произведение също е многочлен, който привеждаме в нормален вид.

При прилагане на правилото за умножение на многочлен с многочлен могат да се избегнат грешки, като запишем умножението на всеки член на първия многочлен с втория многочлен и сведем решението на задачата до умножение на едночлен с многочлен.

**ЗАДАЧА 3** Извършете умножението:

а)  $(x - 5)(x^2 + x + 1)$ ;

б)  $(2x - y - 1)(x - 2y + 1)$ .

**Решение:**

$$\begin{aligned} \text{а) } & (x - 5)(x^2 + x + 1) = \\ & = x(x^2 + x + 1) - 5(x^2 + x + 1) = \\ & = x^3 + x^2 + x - 5x^2 - 5x - 5 = \\ & = x^3 - 4x^2 - 4x - 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & (2x - y - 1)(x - 2y + 1) = \\ & = 2x(x - 2y + 1) - y(x - 2y + 1) - 1(x - 2y + 1) = \\ & = 2x^2 - 4xy + 2x - xy + 2y^2 - y - x + 2y - 1 = \\ & = 2x^2 - 5xy + 2y^2 + x + y - 1 \end{aligned}$$

**ЗАДАЧА 4** Даден е изразът  $A = (x^2 - 3)(x^2 + 2x - 5)$ .

- а) Извършете умножението и представете получения многочлен в нормален вид.
- б) Определете степента на многочлена.
- в) Определете коефициента на члена от втора степен и свободния член.

**Решение:**

$$\begin{aligned} \text{а) } & A = (x^2 - 3)(x^2 + 2x - 5) = \\ & = x^2(x^2 + 2x - 5) - 3(x^2 + 2x - 5) = \\ & = x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 3x^2 - 6x + 15 = \\ & = x^4 + 2x^3 - 8x^2 - 6x + 15 \end{aligned}$$

- б) Многочленът  $A$  е от четвърта степен.
- в) Коефициентът на члена от втора степен е  $(-8)$ , а свободният член е  $15$ .

**ЗАДАЧИ**

Извършете умножението:

1. а)  $(3x + 2)(x - 4)$ ;  
 б)  $(2x - 5)(x + 3)$ ;  
 в)  $(3y - 2)(y - 6)$ ;  
 г)  $(2y - 7)(3y - 2)$ .
2. а)  $(3x^2 - 5)(x + 4)$ ;  
 б)  $(2x^3 - x)(x^2 - 3)$ ;  
 в)  $(5x - 2y)(xy + 3)$ ;  
 г)  $(3x^2y - 5y^2)(xy - 2x)$ .
3. а)  $(a - 3)(a^2 + 3a + 9)$ ;  
 б)  $(2a - 5)(a^2 - a - 2)$ ;  
 в)  $(3a - 2b + 5)(3a + 2b - 5)$ ;  
 г)  $(a^2 - ab + 3)(a^2 - ab - 3)$ .

4. Извършете умножението и намерете числената стойност на изразите:  
 а)  $A = (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$  за  $x = -\frac{1}{2}$ ;  
 б)  $B = (9x^2 - 6x + 4)(3x + 2)$  за  $x = -\frac{1}{3}$ .
5. Даден е изразът  $A = (x^3 - 1)(2x^3 - 3x + 7)$ .  
 а) Извършете умножението.  
 б) Определете степента на многочлена.  
 в) Определете коефициента на члена от четвърта степен.  
 г) Определете свободния член.