

Георги Паскалев, Мая Алашка, Райна Алашка

МАТЕМАТИКА

9 КЛАС

АрхИ(М)ΕΔ
ИЗДАТЕЛСТВО

Внимание! В учебника не се пише, чертае или огражда!

Означения, използвани в учебника:

- O** Определение
- T** Теорема
- !** Знания, които трябва да се запомнят
- 👁** Обърнете внимание! – пояснения към решението на задачите

ЗАДАЧА Решена задача с повишена трудност (незадължителна задача)

1., 2., ... Задачи с повишена трудност

Рецензенти: проф. д.п.н. Сава Гроздев

доц. д-р Драго Михалев

Консултант по графичния дизайн: проф. Илия Иванов Илиев

- © проф. Георги Паскалев Иванов, Мая Събчева Алашка, д-р Райна Милкова Алашка – автори, 2024 г.
- © Ангелина Владиславова Аврамова – графичен дизайн, 2024 г.
- © Ангелина Владиславова Аврамова – илюстрации, 2024 г.
- © Емил Генков Христов – художник на корицата, 2024 г.
- © Издателство „Архимед 2“ ЕООД, 2024 г.

ISBN: 9789769915517

СЪДЪРЖАНИЕ

ВХОДНО НИВО

1. Подготовка за входно ниво № 1	6
2. Подготовка за входно ниво № 2	8
3. Тест с решения	10
4. Входно ниво. Тест № 1 и Тест № 2	14

ТЕМА 1. КЛАСИЧЕСКА ВЕРОЯТНОСТ

5. Множества	18
6. Случайни събития	20
7. Класическа вероятност	22
8. Вероятност на сбор на несъвместими събития	24
9. Вероятност на противоположно събитие	26
10. Вероятност на събитие. Упражнение	28
11. Вероятност на обединение, сечение и разлика на събития	30
12. Вероятност на сбор на съвместими събития. Упражнение	32
13., 14. Обобщение на темата „Класическа вероятност“	34
15. Тестове върху темата „Класическа вероятност“	37

ТЕМА 2. ФУНКЦИИ

16. Функция, дефиниционно множество	40
17. Начини на задаване на функции	42
18. Графика на линейната функция. Свойства	44
19. Линейна функция. Упражнение	46
20. Квадратна функция. Графика на функцията $y = ax^2, a \neq 0$	48
21. Графика на функцията $y = ax^2, a \neq 0$. Упражнение	50
22. Графика на квадратната функция $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$	52
23. Растене и намаляване на квадратна функция. Най-малка и най-голяма стойност на квадратна функция	54
24. Графично представяне на решенията на уравнение	56
25., 26. Обобщение на темата „Функции“	58
27. Тестове върху темата „Функции“	61

ТЕМА 3. СИСТЕМИ ЛИНЕЙНИ УРАВНЕНИЯ С ДВЕ НЕИЗВЕСТНИ

28. Линейни уравнения с две неизвестни	64
29. Системи линейни уравнения с две неизвестни. Решаване чрез заместване	66
30. Решаване на системи линейни уравнения чрез заместване. Упражнение	68
31. Взаимно разположение на графики на линейни функции. Изследване броя на решенията на система линейни уравнения ..	70

32. Решаване на системи линейни уравнения чрез събиране	72
33. Решаване на системи линейни уравнения чрез събиране. Упражнение	74
34. Графично представяне на решенията на системи линейни уравнения с две неизвестни	76
35. Моделиране със системи линейни уравнения	78
36. Моделиране със системи линейни уравнения. Упражнение	80
37., 38. Обобщение на темата „Системи линейни уравнения с две неизвестни“	82
39. Тестове върху темата „Системи линейни уравнения с две неизвестни“	85

ТЕМА 4. СИСТЕМИ УРАВНЕНИЯ ОТ ВТОРА СТЕПЕН С ДВЕ НЕИЗВЕСТНИ

40. Системи уравнения от втора степен с две неизвестни. Решаване на системи, на които едното уравнение е от първа степен	88
41. Решаване на системи уравнения от втора степен, на които едното уравнение е от първа степен. Упражнение	90
42. Системи уравнения с две неизвестни, на които двете уравнения са от втора степен ..	92
43. Решаване на системи уравнения с две неизвестни, на които двете уравнения са от втора степен. Упражнение	94
44. Решаване на системи уравнения от втора степен с две неизвестни. Упражнение	96
45. Моделиране със системи уравнения от втора степен с две неизвестни	98
46., 47. Обобщение на темата „Системи уравнения от втора степен с две неизвестни“	100
48. Тестове върху темата „Системи уравнения от втора степен с две неизвестни“	103

ТЕМА 5. ПОДОБНИ ТРИЪГЪЛНИЦИ

49. Пропорционални отсечки	106
50. Теорема на Талес. Обратна теорема на Талес	108
51. Свойство на ъглополовящите в триъгълник	110
52. Свойство на ъглополовящите в триъгълник. Упражнение	112
53. Подобни триъгълници. Определение	114
54. Първи признак за подобност на триъгълници	116

55. Първи признак за подобност на триъгълници. Упражнение.....	118
56. Втори и трети признак за подобност на триъгълници.....	120
57. Свойства на подобните триъгълници.....	122
58. Свойства на подобните триъгълници. Упражнение.....	124
59. Отношение на лицата на подобните триъгълници.....	126
60., 61. Обобщение на темата „Подобни триъгълници“.....	128
62. Тестове върху темата „Подобни триъгълници“.....	131

ТЕМА 6. РАЦИОНАЛНИ НЕРАВЕНСТВА

63. Обединение и сечение на числови интервали.....	134
64. Системи линейни неравенства с едно неизвестно.....	136
65. Решаване на системи линейни неравенства с едно неизвестно. Упражнение.....	138
66. Неравенства от вида $(ax + b)(cx + d) > 0$, $\frac{ax + b}{cx + d} > 0$	140
67. Квадратни неравенства.....	142
68. Квадратни неравенства. Упражнение.....	144
69. Метод на интервалите.....	146
70. Приложение на метода на интервалите при решаване на неравенства от по-висока степен.....	148
71. Дробни неравенства.....	150
72. Метод на интервалите. Упражнение.....	152
73., 74. Обобщение на темата „Рационални неравенства“.....	154
75. Тестове върху темата „Рационални неравенства“.....	157

ТЕМА 7. МЕТРИЧНИ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ОТСЕЧКИ

76. Метрични зависимости между отсечки в правоъгълен триъгълник.....	160
77. Теорема на Питагор.....	162
78. Теорема на Питагор. Упражнение.....	164
79. Намиране дължина на отсечка в правоъгълна координатна система.....	166
80. Решаване на правоъгълен триъгълник.....	168
81. Приложения на метрични зависимости за намиране елементите на правоъгълен триъгълник. Упражнение.....	170
82. Решаване на равнобедрен триъгълник.....	172
83. Решаване на равнобедрен триъгълник. Упражнение.....	174

84. Решаване на равнобедрен и правоъгълен трапец.....	176
85. Решаване на успоредник.....	178
86. Метрични зависимости между отсечки в окръжност.....	180
87. Метрични зависимости между отсечки в окръжност. Упражнение.....	182
88., 89. Обобщение на темата „Метрични зависимости между отсечки“.....	184
90. Тестове върху темата „Метрични зависимости между отсечки“.....	187

ТЕМА 8. ТРИГОНОМЕТРИЧНИ ФУНКЦИИ НА ОСТЪР ЪГЪЛ

91. Тригонометрични функции на остър ъгъл.....	190
92. Стойности на тригонометрични функции на ъгли с мерки 30° , 45° , 60°	192
93. Основни зависимости между тригонометричните функции на един и същ ъгъл.....	194
94. Тригонометрични функции на остър ъгъл. Упражнение.....	196
95. Тригонометрични функции на остри ъгли, които се допълват до 90°	198
96. Намиране на основните елементи на правоъгълен триъгълник.....	200
97. Намиране на основните елементи на правоъгълен триъгълник. Упражнение.....	202
98. Намиране елементи на равнобедрен триъгълник.....	204
99. Намиране елементи на равнобедрен и правоъгълен трапец.....	206
100. Приложение на тригонометричните функции на остър ъгъл. Практически задачи.....	208
101. Обобщение на темата „Тригонометрични функции на остър ъгъл“.....	210
102. Тестове върху темата „Тригонометрични функции на остър ъгъл“.....	213

ИЗХОДНО НИВО

103. Подготовка за изходно ниво № 1.....	216
104. Подготовка за изходно ниво № 2.....	218
105. Тест с решения.....	220
106. Изходно ниво. Тест № 1 и Тест № 2.....	224

ОТГОВОРИ.....

226

ГРАФИЧНО ПРЕДСТАВЯНЕ НА РЕШЕНИЯТА НА УРАВНЕНИЕ

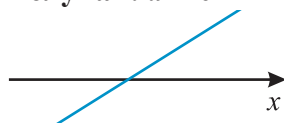
Графично представяне на решенията на уравнение от вида $f(x) = 0$



Корените на уравнението $f(x) = 0$ са абсцисите на пресечните точки на графиката на функцията $y = f(x)$ с абсцисната ос Ox .

Линейни уравнения $f(x) = ax + b = 0$

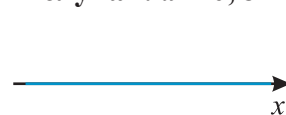
I случай: $a \neq 0$



Една пресечна точка

Един корен: $x = \frac{-b}{a}$

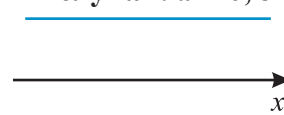
II случай: $a = 0, b = 0$



Безброй много пресечни точки

Всяко x е корен.

III случай: $a = 0, b \neq 0$



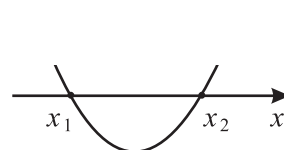
Няма пресечни точки.

Няма корен.

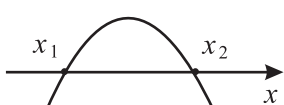
Квадратни уравнения $f(x) = ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0, D = b^2 - 4ac$

I случай: $D > 0$

$a > 0$



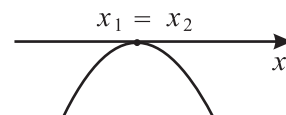
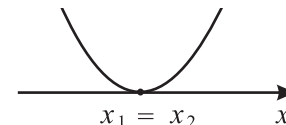
$a < 0$



Две пресечни точки

Два корена: x_1, x_2

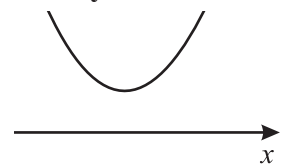
II случай: $D = 0$



Една пресечна точка

Един двоен корен

III случай: $D < 0$



Няма пресечни точки.

Няма корени.

Графично представяне на решенията на уравнение от вида $f(x) = g(x)$



Корените на уравнението $f(x) = g(x)$ са абсцисите на общите точки на графиките на функциите $y = f(x)$ и $y = g(x)$.

ЗАДАЧА 1 Решете графично уравненията:

а) $x^2 = x + 2$;

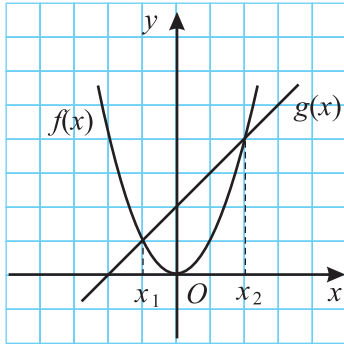
б) $x^2 = 2x - 1$;

в) $x^2 = 2x - 3$.

Решение:

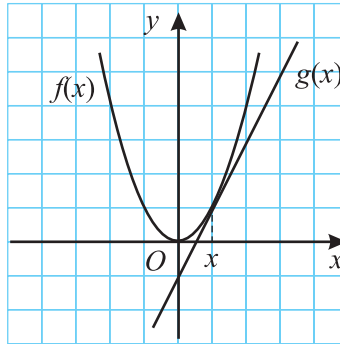
Построяваме в една координатна система графиките на функциите $y = f(x)$ и $y = g(x)$ и намираме абсцисите на общите им точки.

а) $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$



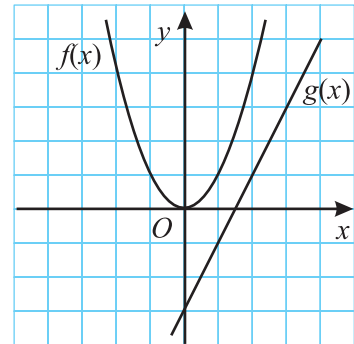
Две пресечни точки
Два корена: $x_1 = -1$, $x_2 = 2$

б) $f(x) = x^2$, $g(x) = 2x - 1$



Една пресечна точка
Един корен: $x = 1$

в) $f(x) = x^2$, $g(x) = 2x - 3$



Няма пресечни точки.
Няма корени.

ЗАДАЧА

На чертежа са дадени графиките на функциите $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = h(x)$.

Намерете решенията на уравненията:

а) $f(x) = 0$, $g(x) = 0$, $h(x) = 0$;

б) $f(x) = g(x)$, $f(x) = h(x)$, $g(x) = h(x)$.

Решение:

а) Решенията на $f(x) = 0$ са абсцисите $x_1 = -2$ и $x_2 = 2$ на пресечните точки на графиката на $y = f(x)$ с Ox .

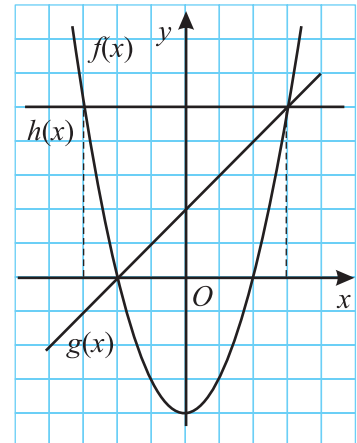
Решенията на $g(x) = 0$ е абсцисата $x = -2$ на пресечната точка на графиката на $y = g(x)$ с Ox .

Уравнението $h(x) = 0$ няма решение, тъй като графиката на $y = h(x)$ не пресича оста Ox .

б) Решенията на уравнението $f(x) = g(x)$ са абсцисите $x_1 = -2$ и $x_2 = 3$ на пресечните точки на графиките на функциите $y = f(x)$ и $y = g(x)$.

Решенията на $f(x) = h(x)$ са $x_1 = -3$ и $x_2 = 3$ – абсцисите на общите точки на графиките на функциите $y = f(x)$ и $y = h(x)$.

Решението на $g(x) = h(x)$ е $x = 3$ – абсцисата на общата точка на графиките на функциите $y = g(x)$ и $y = h(x)$.



ЗАДАЧИ

1. Решете графично уравненията:

а) $2x + 1 = -x + 4$; б) $3x + 2 = x - 4$; в) $x - 3 = x + 4$.

2. Решете графично уравненията:

а) $x^2 = 2 - x$; б) $x^2 = -4x - 4$; в) $x^2 = 4x - 6$.

3. На чертежа са дадени графиките на функциите $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = h(x)$.

Намерете решенията на уравненията:

а) $f(x) = 0$, $g(x) = 0$, $h(x) = 0$;

б) $f(x) = g(x)$, $f(x) = h(x)$, $g(x) = h(x)$.

