Здравка Паскалева, Мая Алашка, Пламен Паскалев, Райна Алашка

МАТЕМАТИКА

8 клас

АрхИМед
ИЗДАТЕЛСТВО

Внимание! В учебника не се пише, чертае или огражда!

Означения, използвани в учебника:

О	Определение
Т	Теорема
П	Правило
!	Знания, които трябва да се запомнят
!	Основни знания
	Обърнете внимание! – пояснения към решението на задачите
	Интересни допълнения към учебния материал
1, 2, ...	Задачи с повишена трудност
ЗАДАЧА 5	Решена задача с повишена трудност

Рецензенти: проф. д.п.н. Сава Гроздев
доц. д-р Драго Михалев
Владимир Николов
Консултант по графичния дизайн: проф. Илия Иванов Илиев

© Издателство „Архимед 2“ ЕООД, 2024 г.
© Здравка Крумова Паскалева , Мая Събчева Алашка,
Пламен Георгиев Паскалев, Райна Милкова Алашка – автори, 2024 г.
© Ангелина Владиславова Аврамова – графичен дизайн, 2024 г.
© Ангелина Владиславова Аврамова – илюстрации, 2024 г.
© Емил Генков Христов – художник на корицата, 2024 г.

ISBN: 978-954-779-337-8

СЪДЪРЖАНИЕ

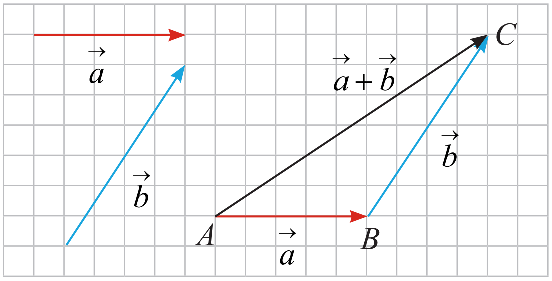
ТЕМА 7. РАЦИОНАЛНИ ИЗРАЗИ

ТЕМА 8. ВПИСАНИ И ОПИСАНИ МНОГОЪГЪЛНИЦИ

ИЗХОДНО НИВО

12. СЪБИРАНЕ НА ВЕКТОРИ

Правило на триъгълника



Дадени са два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
Извършваме следното построение:

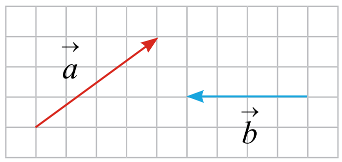
- избираме произволна точка A;
- с начало A построяваме $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$;
- с начало B построяваме $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$.

Краят на първия вектор е начало на втория.

Векторът $\overrightarrow{AC}$ наричаме **сбор** на векторите $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и го означаваме с $\vec{a}+\vec{b}$.
Когато векторите $\vec{a}$ и $\vec{b}$ не са колинеарни, даденото по определение правило за построяване на сбора им се нарича **правило на триъгълника**.

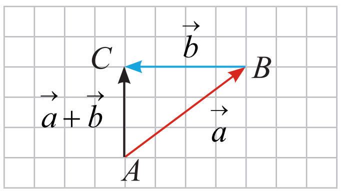
ЗАДАЧА 1 В квадратна мрежа са дадени векторите $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
Начертайте вектора:

а) $\vec{a}+\vec{b}$; б) $\vec{b}+\vec{a}$.

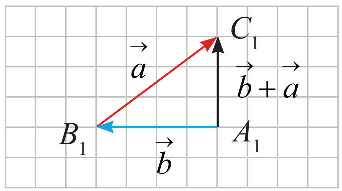


Решение:

а)



б)



а)

1. Избираме произволна точка A.
2. Построяваме насочена отсечка $\overrightarrow{AB}$, която е представител на вектора $\vec{a}$.
3. Построяваме насочена отсечка $\overrightarrow{BC}$, която е представител на вектора $\vec{b}$.
4. Насочената отсечка $\overrightarrow{AC}$ е представител на вектора $\vec{a}+\vec{b}$.

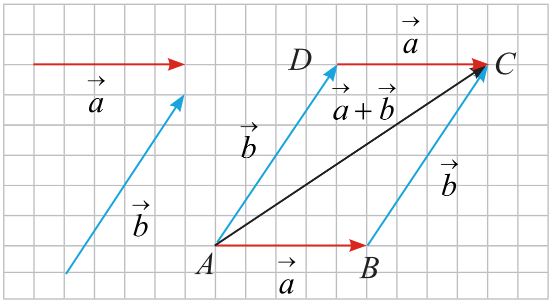
б)

1. Избираме произволна точка A_1.
2. Построяваме насочена отсечка $\overrightarrow{A_1B_1}$, която е представител на вектора $\vec{b}$.
3. Построяваме насочена отсечка $\overrightarrow{B_1C_1}$, която е представител на вектора $\vec{a}$.
4. Насочената отсечка $\overrightarrow{A_1C_1}$ е представител на вектора $\vec{b}+\vec{a}$.

В *Задача 1* получихме, че $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A_1C_1}$, т.е. $\vec{a}+\vec{b} = \vec{b}+\vec{a}$.

Когато векторите $\vec{a}$ и $\vec{b}$ не са колинеарни, сборът $\vec{a}+\vec{b}$ може да се построи и по **правилото на успоредника**.

Правило на успоредника



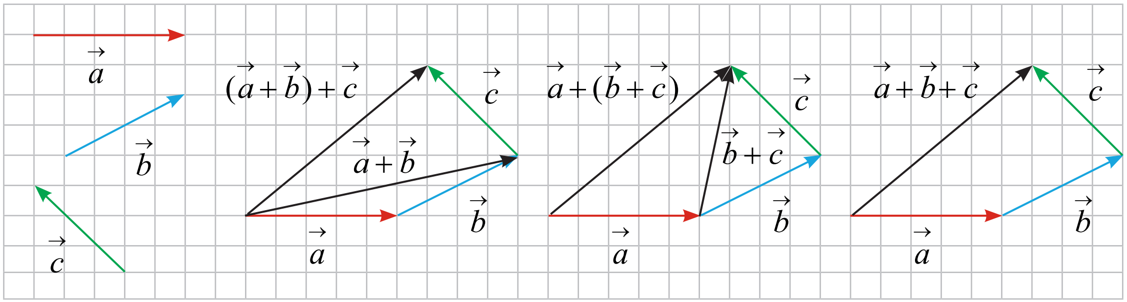
Дадени са два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
Извършваме следното построение:

- избираме произволна точка A;
- с начало A построяваме $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$;
- с начало A построяваме $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$;
- построяваме успоредника $ABCD$.

$\overrightarrow{AC}$ е търсеният сбор $\vec{a}+\vec{b}$.

! Сборът на произволни два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ не зависи от началната точка и от реда на събираемите, т.е. $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ (комутативен закон).

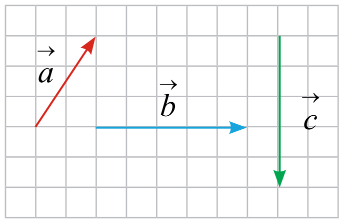
Като използваме правилото на триъгълника, може да съберем и повече от два вектора.



Сборът на повече от два вектора може да се построи и без да го свеждаме до построяване на сбор на два вектора.

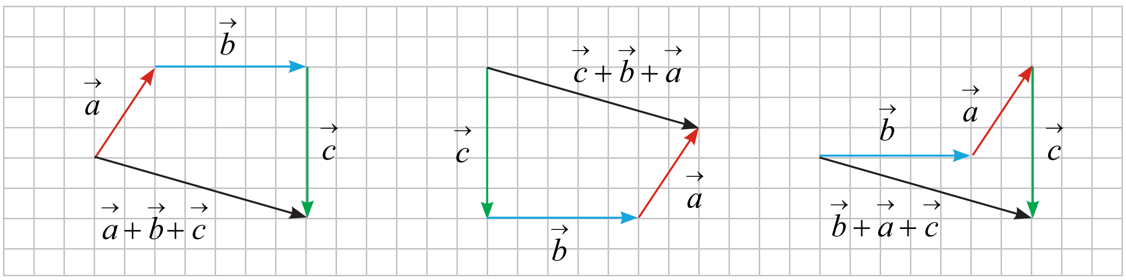
! При събирането на три произволни вектора е в сила асоциативният закон $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$.

ЗАДАЧА 2 В квадратна мрежа са дадени векторите $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$.
Начертайте векторите $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$, $\vec{c}+\vec{b}+\vec{a}$ и $\vec{b}+\vec{a}+\vec{c}$.



Решение:

Нанасяме всеки следващ вектор така, че началото му да съвпадне с края на предишния. Сборът им е вектор с начало началото на първия и край краят на последния вектор.

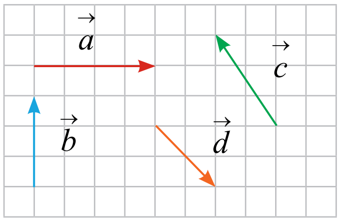


ЗАДАЧА 3

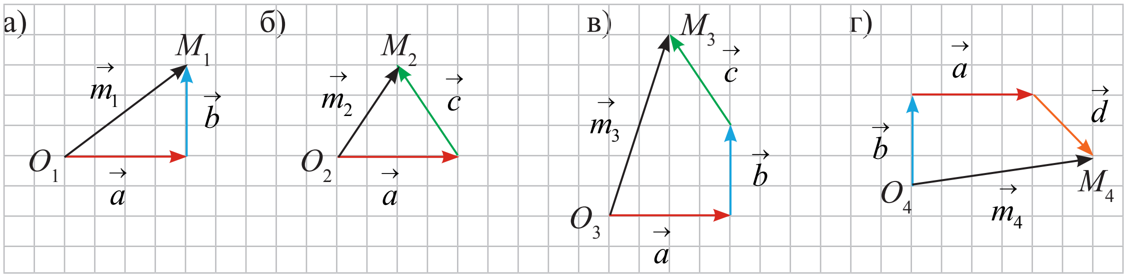
В квадратна мрежа са дадени векторите $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ и $\vec{d}$. Начертайте векторите:

а) $\vec{m}_1 = \vec{a} + \vec{b}$; б) $\vec{m}_2 = \vec{a} + \vec{c}$;

в) $\vec{m}_3 = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$; г) $\vec{m}_4 = \vec{b} + \vec{a} + \vec{d}$.



Решение:



$\overrightarrow{O_1M_1} = \vec{m}_1$, $\vec{m}_1 = \vec{a} + \vec{b}$

$\overrightarrow{O_2M_2} = \vec{m}_2$, $\vec{m}_2 = \vec{a} + \vec{c}$

$\overrightarrow{O_3M_3} = \vec{m}_3$, $\vec{m}_3 = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

$\overrightarrow{O_4M_4} = \vec{m}_4$, $\vec{m}_4 = \vec{b} + \vec{a} + \vec{d}$

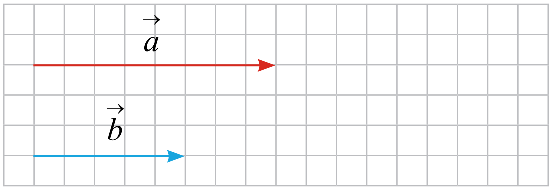
ЗАДАЧА 4

Начертайте сбора на два вектора, които са:

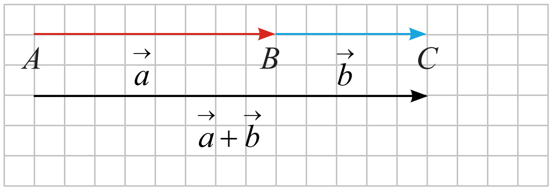
а) еднопосочни; б) противопосочни.

Решение:

а) **Дадено:**

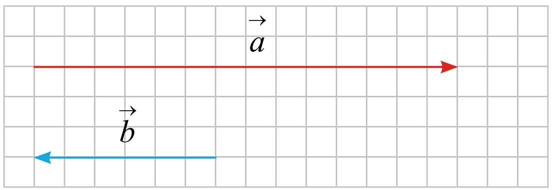


Построение:

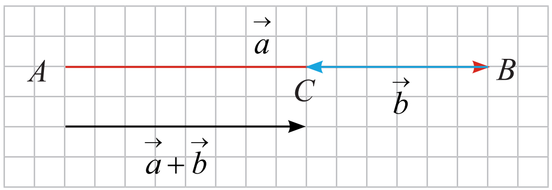


Сборът на два еднопосочни вектора е вектор, еднопосочен с тях и с дължина, равна на сбора от дължините на двата вектора.

б) **Дадено:**



Построение:



Сборът на два противопосочни вектора е вектор, еднопосочен с вектора с по-голяма дължина и с дължина, равна на разликата от дължините на двата вектора.

! Сборът на колинеарни вектори е вектор, колинеарен с тях.

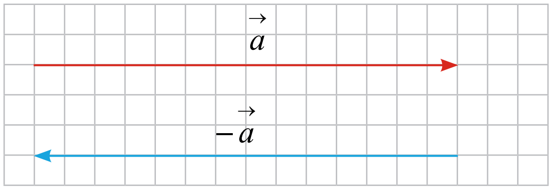
ЗАДАЧА 5

Начертайте сбора на вектора $\vec{a}$ със:

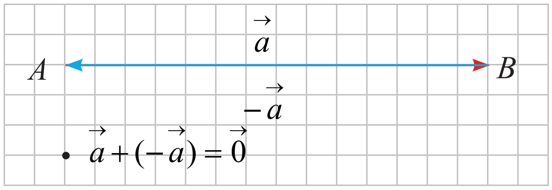
а) противоположния му вектор; б) нулевия вектор.

Решение:

а) **Дадено:**



Построение:



Сборът на два противоположни вектора е вектор, чиито начало и край съвпадат, т.е. нулевият вектор.

$$\vec{a}+(-\vec{a})=\vec{0}$$

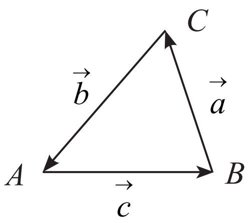
б) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB}=\overrightarrow{AB}$

Сборът на даден вектор $\vec{a}$ с нулевия вектор е вектор, равен на дадения.

$$\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$$

ЗАДАЧА 6

Даден е произволен $\triangle ABC$. Ако върху страните му са избрани векторите $\overrightarrow{AB}=\vec{c}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{a}$ и $\overrightarrow{CA}=\vec{b}$, докажете, че $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$.



Решение:

$$\underbrace{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}}+\overrightarrow{CA}=\underbrace{\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$$

Практическо правило

При сбор на два вектора, ако от двете страни на знака „+“ има една и съща буква, я премахваме и получаваме вектора, който е сборът.

$$\overrightarrow{A\underbrace{B+B}C}=\overrightarrow{AC}$$

ЗАДАЧИ

1. Дадени са векторите $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ върху квадратна мрежа. Начертайте:

а) $\vec{m_1}=\vec{b}+\vec{a}$; б) $\vec{m_2}=\vec{b}+\vec{d}$;

в) $\vec{m_3}=\vec{c}+\vec{d}$; г) $\vec{m_4}=\vec{d}+\vec{a}$;

д) $\vec{m_5}=\vec{a}+\vec{c}+\vec{d}$; е) $\vec{m_6}=\vec{c}+\vec{b}+\vec{d}$.

Упътване: Можете да използвате дадените вектори в *Задача 3* от урока.

2. Дадени са векторите $\vec{a}$ и $\vec{b}$, като $|\vec{a}|=2$ cm и $|\vec{b}|=3$ cm. Начертайте вектора $\vec{a}+\vec{b}$, ако $\vec{a}$ и $\vec{b}$ са:

а) еднопосочни;

б) противопосочни.

3. Дадени са два неколинеарни вектора $\vec{u}$ и $\vec{v}$. Начертайте вектора $\vec{u}+\vec{v}$, като използвате правилото на успоредника.

4. Дадени са отсечка MN и точка O. Изразете вектора $\overrightarrow{MN}$ като сбор на два вектора, краищата на които са в точките M, N и O. Кога двата събираеми вектора са колинеарни?