Здравка Паскалева, Мая Алашка, Райна Алашка

МАТЕМАТИКА

Част 2

7. клас

АрхИМеД

STOP Внимание! В учебника не се пише, чертае или огражда!

Означения, използвани в учебника:

!	Знания, които трябва да се запомнят
О	Определение
Т	Теорема
П	Правило
А	Аксиома
	Обърнете внимание! – пояснения към решението на задачите
	Интересни допълнения към учебния материал
1, 2, ...	Задачи с повишена трудност
ЗАДАЧА 4	Решена задача с повишена трудност

Рецензенти: проф. д.п.н. Сава Гроздев
доц. д-р Драго Михалев
Консултант по графичния дизайн: проф. Илия Иванов Илиев

ISBN: 978-954-779-335-4

СЪДЪРЖАНИЕ

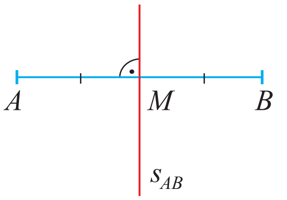
ТЕМА 7. ЕЛЕМЕНТИ ОТ ВЕРОЯТНОСТИ И СТАТИСТИКА

ИЗХОДНО НИВО

78. СИМЕТРАЛА НА ОТСЕЧКА. ПОСТРОЯВАНЕ НА СИМЕТРАЛА НА ДАДЕНА ОТСЕЧКА

О Правата, която е перпендикулярна на дадена отсечка и минава през средата ѝ, се нарича **симетрала на тази отсечка**.

ПРИМЕР Симетралата на отсечката AB означаваме с s_{AB}.

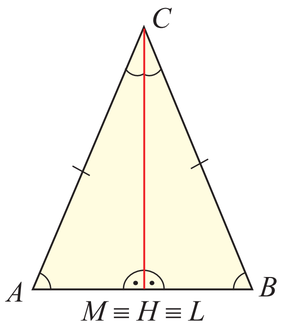


- s_{AB} е перпендикулярна на AB ($s_{AB} \perp AB$) и минава през средата M на отсечката AB ($AM = MB$).
- s_{AB} чертаем, като намерим средата M на отсечката AB (с линия с деления) и през M прекараме права $s_{AB} \perp AB$ (с правия ъгъл на чертожен триъгълник).

ЗАДАЧА 1 Основна задача

Даден е равнобедрен $\triangle ABC$ ($CA = CB$). Докажете, че медианата CM, височината CH и ъглополовящата CL към основата AB съвпадат и лежат върху симетралата s_{AB} на AB.

Доказателство:



1. CM е медиана $\Rightarrow AM = MB$.

2. Разглеждаме $\triangle AMC$ и $\triangle BMC$.

$\left| \begin{array}{l} AM = MB \text{ (от } \mathbf{1.}) \\ CA = CB \text{ (по условие)} \\ \sphericalangle A = \sphericalangle B \text{ (по условие)} \end{array} \right.$

$\Rightarrow \triangle AMC \cong \triangle BMC$ (I признак)

3. $\sphericalangle ACM = \sphericalangle BCM$, т.е. CM е ъглополовяща и $M \equiv L$.

4. $\sphericalangle AMC = \sphericalangle BMC$ (съседни) $\Rightarrow \sphericalangle AMC = \sphericalangle BMC = 90°$, т.е. $CM \perp AB$ и CM е и височина, $M \equiv H$.

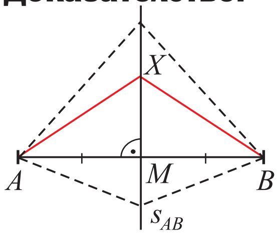
5. От $CM \equiv CH \Rightarrow$ правата през точките C и M (H) минава през средата на AB и е перпендикулярна на AB, т.е. е симетрала на AB.

6. От **3.**, **4.** и **5.** $\Rightarrow CM \equiv CH \equiv CL \in s_{AB}$.

Т1 Всяка точка от симетралата на дадена отсечка е на равни разстояния от краищата на отсечката.

Ако $X \in s_{AB}$, то $XA = XB$.

Доказателство:



Достатъчно е да докажем теоремата за произволно избрана точка X от s_{AB}.

M е средата на $AB \Rightarrow AM = MB$.

I случай: $X \equiv M \Rightarrow X$ е средата на AB и $XA = XB$.

II случай: $X \not\equiv M$

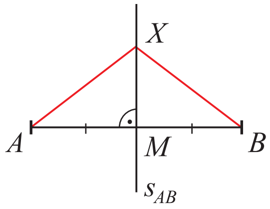
От $\triangle AMX \cong \triangle BMX \Rightarrow XA = XB$ (съответни страни).

Всяка точка $X \in s_{AB}$ е връх на равнобедрен триъгълник с основа AB, т.е. от $X \in s_{AB}$ ($X \not\equiv M$) $\Rightarrow \triangle ABX$ е равнобедрен ($XA = XB$).

T2 Всяка точка, която е на равни разстояния от краищата на дадена отсечка, лежи на симетралата на тази отсечка.

Ако $XA = XB$, то $X \in s_{AB}$.

Доказателство:



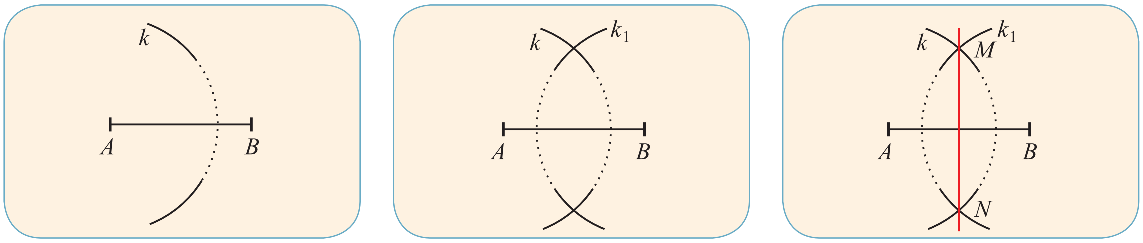
I случай: $X \in AB$
От $XA = XB \Rightarrow X$ е средата на $AB \Rightarrow X \in s_{AB}$.
II случай: $X \notin AB$
От $XA = XB \Rightarrow \triangle ABX$ е равнобедрен с основа AB.
M е средата на $AB \Rightarrow XM$ е медиана и височина.
От $XM \perp AB$ и M – среда на AB
$\Rightarrow XM$ лежи на s_{AB}, т.е. $X \in s_{AB}$.

ЗАДАЧА 2

Да се построи симетрала на дадена отсечка.

Дадено: отсечка AB

Построение:



Построяваме:

1. окръжност $k(A; r)$, r – произволно избран;

2. окръжност $k_1(B; r)$ (същият радиус);

3. M и N като пресечни точки на k и k_1;

4. правата $MN \equiv s_{AB}$.

Обосновка: Правата MN е симетрала на отсечката AB, защото $MA = MB = r$ и $NA = NB = r$, т.е. точките M и N са на равни разстояния от краищата на отсечката AB и следователно са точки от симетралата на AB.

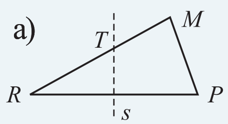
Построението може да се извърши само ако $k \cap k_1$, т.е. когато $r > \frac{1}{2}AB$.

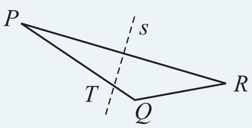
С това построение решихме и следните задачи:

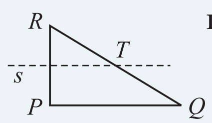
- Да се построи **средата на дадена отсечка**.
- Да се раздели **отсечка на две равни части**.

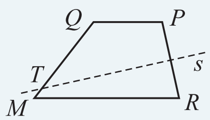
ЗАДАЧИ

1. На чертежа, ако s е симетрала на отсечката RP, докажете, че $\triangle RPT$ е равнобедрен.

а)


б)


в)


г)


2. В равнобедрен остроъгълен триъгълник са начертани симетралите на двете бедра. Докажете, че отсечките от симетралите, заключени между тези бедра, са равни.

3. Разделете дадена отсечка:

а) на две равни части;

б) на четири равни части.