

Здравка Паскалева, Мая Алашка, Райна Алашка

# МАТЕМАТИКА

# 7.

# КЛАС

## Част 2

АрхИ(М)εΔ



Внимание! В учебника не се пише, чертае или озражда!

## Означения, използвани в учебника:

<b>!</b>	Знания, които трябва да се запомнят
<b>О</b>	Определение
<b>Т</b>	Теорема
<b>П</b>	Правило
<b>А</b>	Аксиома
	Обърнете внимание! – пояснения към решението на задачите
	Интересни допълнения към учебния материал

**1, 2, ...** Задачи с повишена трудност

**ЗАДАЧА 4** Решена задача с повишена трудност

Рецензенти: проф. д.п.н. Сава Гроздев

доц. д-р Драго Михалев

Консултант по графичния дизайн: проф. Илия Иванов Илиев

- © Здравка Крумова Паскалева, Мая Събчева Алашка, д-р Райна Милкова Алашка – автори, 2024 г.
- © Ангелина Владиславова Аврамова – графичен дизайн, 2024 г.
- © Ангелина Владиславова Аврамова – илюстрации, 2024 г.
- © Емил Генков Христов – художник на корицата, 2024 г.
- © Издателство „Архимед 2“ ЕООД, 2024 г.

ISBN: 978-954-779-335-4

# СЪДЪРЖАНИЕ

## ТЕМА 4. ЕДНАКВИ ТРИЪГЪЛНИЦИ

71. Еднакви триъгълници. Въведение .....	6
72. Първи признак за еднаквост на триъгълници .....	8
73. Първи признак за еднаквост на триъгълници. Упражнение.....	10
74. Втори признак за еднаквост на триъгълници .....	12
75. Първи и втори признак за еднаквост на триъгълници. Упражнение .....	14
76. Равнобедрен триъгълник .....	16
77. Равнобедрен триъгълник. Равностранен триъгълник. Упражнение .....	18
78. Симетрала на отсечка. Построяване на симетрала на дадена отсечка .....	20
79. Симетрала на отсечка. Упражнение .....	22
80. Трети признак за еднаквост на триъгълници .....	24
81. Перпендикуляр от точка до права .....	26
82. Правоъгълен триъгълник с ъгъл $30^\circ$ .....	28
83. Правоъгълен триъгълник с ъгъл $30^\circ$ . Упражнение.....	30
84. Медиана към хипотенузата в правоъгълен триъгълник .....	32
85. Медиана към хипотенузата в правоъгълен триъгълник. Упражнение .....	34
86. Признак за еднаквост на два правоъгълни триъгълника .....	36
87. Ъглополовяща на ъгъл. Построяване на Ѫглополовяща на даден ъгъл.....	38
88. Ъглополовяща на ъгъл. Упражнение .....	40
89. Височина, Ѫглополовяща и медиана в равнобедрен триъгълник .....	42
90., 91. Обобщение на темата „Еднакви триъгълници“ .....	44
92., 93. Общи задачи върху темата „Еднакви триъгълници“ .....	48
94. Тестове върху темата „Еднакви триъгълници“ .....	49

## ТЕМА 5. НЕРАВЕНСТВА

95. Числови неравенства. Въведение .....	52
96. Числови неравенства. Свойства .....	54
97. Линейно неравенство с едно неизвестно .....	56
98. Еквивалентни неравенства.....	58
99. Линейно неравенство. Упражнение .....	60
100. Представяне решенията на линейно неравенство с числови интервали и графично върху числова ос .....	62
101. Неравенства, свеждащи се до линейни .....	64
102. Неравенства. Упражнение .....	66
103. Приложение на линейните неравенства .....	68
104. Уравнения и неравенства. Упражнение.....	70
105. Неравенства между страни и Ѫгли в триъгълника .....	72
106. Неравенства между страни и Ѫгли в триъгълника. Упражнение .....	74
107. Неравенство на триъгълника .....	76
108. Неравенство на триъгълника. Упражнение .....	78
109., 110. Обобщение на темата „Неравенства“ .....	80
111., 112. Общи задачи върху темата „Неравенства“ .....	84
113. Тестове върху темата „Неравенства“ .....	85

## ТЕМА 6. УСПОРЕДНИК

114. Успоредник. Свойства .....	88
115. Успоредник. Свойства. Упражнение .....	90
116. Признаци за успоредник .....	92
117. Успоредник. Упражнение.....	94
118. Правоъгълник .....	96
119. Ромб .....	98
120. Квадрат.....	100
121. Видове успоредници. Упражнение .....	102
122. Построяване на успоредник .....	104

123., 124. Обобщение на темата „Успоредник“ .....	106
125., 126. Общи задачи върху темата „Успоредник“ .....	110
127. Тестове върху темата „Успоредник“ .....	111

#### **ТЕМА 7. ЕЛЕМЕНТИ ОТ ВЕРОЯТНОСТИ И СТАТИСТИКА**

128. Разчитане и интерпретиране на кръгови диаграми .....	114
129. Задачи от вероятност на събития.....	116
130., 131. Практически задачи върху темата „Елементи от вероятности и статистика“ ....	118

132., 133. Общи задачи върху темата „Елементи от вероятности и статистика“ ....	122
134. Тестове върху темата „Елементи от вероятности и статистика“ ....	123

#### **ИЗХОДНО НИВО**

135., 136. Подготовка за изходно ниво № 1.....	126
137., 138. Подготовка за изходно ниво № 2 .....	130
139. Тест с решения .....	134
140. Изходно ниво. Тест № 1 и Тест № 2 .....	138
ОТГОВОРИ.....	140

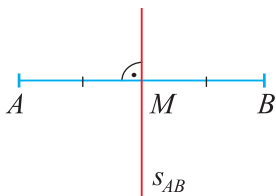
## СИМЕТРАЛА НА ОТСЕЧКА. ПОСТРОЯВАНЕ НА СИМЕТРАЛА НА ДАДЕНА ОТСЕЧКА

0

Правата, която е перпендикулярна на дадена отсечка и минава през средата ѝ, се нарича **симетрала на тази отсечка**.

### ПРИМЕР

Симетралата на отсечката  $AB$  означаваме с  $s_{AB}$ .



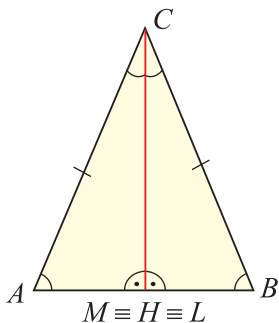
- $s_{AB}$  е перпендикулярна на  $AB$  ( $s_{AB} \perp AB$ ) и минава през средата  $M$  на отсечката  $AB$  ( $AM = MB$ ).
- $s_{AB}$  чертаем, като намерим средата  $M$  на отсечката  $AB$  (с линия с деления) и през  $M$  прекараме права  $s_{AB} \perp AB$  (с правия ъгъл на чертожен триъгълник).

### ЗАДАЧА 1

Основна  
задача

Даден е равнобедрен  $\triangle ABC$  ( $CA = CB$ ). Докажете, че медианата  $CM$ , височината  $CH$  и ъглополовящата  $CL$  към основата  $AB$  съвпадат и лежат върху симетралата  $s_{AB}$  на  $AB$ .

**Доказателство:**



1.  $CM$  е медиана  $\Rightarrow AM = MB$ .
2. Разглеждаме  $\triangle AMC$  и  $\triangle BMC$ .
 

$AM = MB$ (от 1.)
$CA = CB$ (по условие)
$\sphericalangle A = \sphericalangle B$ (по условие)

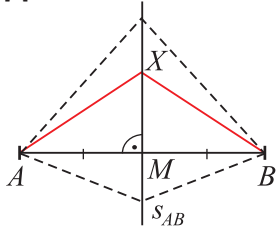
 $\Rightarrow \triangle AMC \cong \triangle BMC$  (I признак)
3.  $\sphericalangle ACM = \sphericalangle BCM$ , т.е.  $CM$  е ъглополовяща и  $M \equiv L$ .
4.  $\sphericalangle AMC = \sphericalangle BMC$  (съседни)  $\Rightarrow \sphericalangle AMC = \sphericalangle BMC = 90^\circ$ , т.е.  $CM \perp AB$  и  $CM$  е и височина,  $M \equiv H$ .
5. От  $CM \equiv CH \Rightarrow$  правата през точките  $C$  и  $M$  ( $H$ ) минава през средата на  $AB$  и е перпендикулярна на  $AB$ , т.е. е симетрала на  $AB$ .
6. От 3., 4. и 5.  $\Rightarrow CM \equiv CH \equiv CL \in s_{AB}$ .

T1

Всяка точка от симетралата на дадена отсечка е на равни разстояния от краищата на отсечката.

Ако  $X \in s_{AB}$ , то  $XA = XB$ .

**Доказателство:**



Достатъчно е да докажем теоремата за произволно избрана точка  $X$  от  $s_{AB}$ .

$M$  е средата на  $AB \Rightarrow AM = MB$ .

**I случай:**  $X \equiv M \Rightarrow X$  е средата на  $AB$  и  $XA = XB$ .

**II случай:**  $X \neq M$

От  $\triangle AMX \cong \triangle BMX \Rightarrow XA = XB$  (съответни страни).

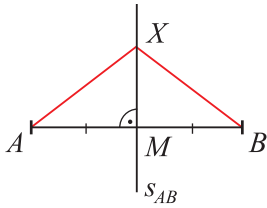
Всяка точка  $X \in s_{AB}$  е връх на равнобедрен триъгълник с основа  $AB$ , т.е. от  $X \in s_{AB}$  ( $X \neq M$ )  $\Rightarrow \triangle ABX$  е равнобедрен ( $XA = XB$ ).

**T2**

Всяка точка, която е на равни разстояния от краищата на дадена отсечка, лежи на симетралата на тази отсечка.

Ако  $XA = XB$ , то  $X \in s_{AB}$ .

**Доказателство:**



**I случай:**  $X \in AB$

От  $XA = XB \Rightarrow X$  е средата на  $AB \Rightarrow X \in s_{AB}$ .

**II случай:**  $X \notin AB$

От  $XA = XB \Rightarrow \triangle ABX$  е равнобедрен с основа  $AB$ .

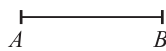
$M$  е средата на  $AB \Rightarrow XM$  е медиана и височина.

От  $XM \perp AB$  и  $M$  – среда на  $AB$

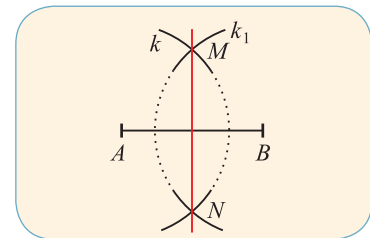
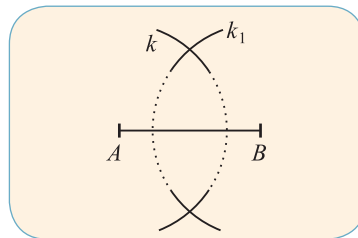
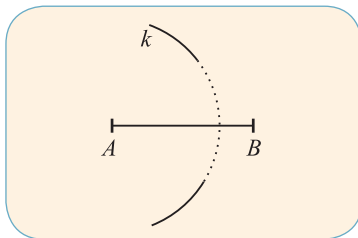
$\Rightarrow XM$  лежи на  $s_{AB}$ , т.е.  $X \in s_{AB}$ .

**ЗАДАЧА 2** Да се построи симетрала на дадена отсечка.

Дадено: отсечка  $AB$



Построение:



Построяваме:

1. окръжност  $k(A; r)$ ,  
 $r$  – произволно избран;
2. окръжност  $k_1(B; r)$   
(същият радиус);
3.  $M$  и  $N$  като пресечни  
точки на  $k$  и  $k_1$ ;
4. правата  $MN \equiv s_{AB}$ .

**Обосновка:** Правата  $MN$  е симетрала на отсечката  $AB$ , защото  $MA = MB = r$  и  $NA = NB = r$ , т.е. точките  $M$  и  $N$  са на равни разстояния от краищата на отсечката  $AB$  и следователно са точки от симетралата на  $AB$ .



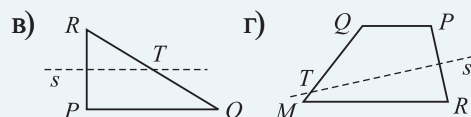
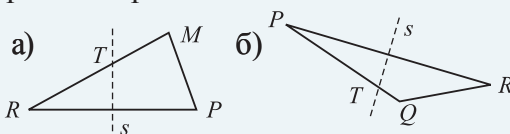
Построението може да се извърши само ако  $k \cap k_1$ , т.е. когато  $r > \frac{1}{2} AB$ .

С това построение решихме и следните задачи:

- Да се построи **средата на дадена отсечка**.
- Да се раздели **отсечка на две равни части**.

**ЗАДАЧИ**

1. На чертежа, ако  $s$  е симетрала на отсечката  $RP$ , докажете, че  $\triangle RPT$  е равнобедрен.



2. В равнобедрен остроъгълен триъгълник са начертани симетралите на двете бедра. Докажете, че отсечките от симетралите, заключени между тези бедра, са равни.

3. Разделете дадена отсечка:

- а) на две равни части;
- б) на четири равни части.